ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Εργασίες “Τεχνητής Νοημοσύνης”

Ακαδημαϊκού Έτους 2004-05

1. Έστω ότι πρέπει να λύσετε ένα πρόβλημα αναζήτησης στο οποίο γνωρίζετε ότι οι κόμβοι-στόχοι βρίσκονται σε γνωστό εκ των προτέρων βάθος d και ότι δεν υπάρχουν κόμβοι σε βάθος μεγαλύτερο του d. Ποια ή ποιες μεθόδους τυφλής αναζήτησης, από τις πρώτα-κατά-πλάτος, πρώτα-κατά-βάθος, επαναληπτική εμβάθυνση, επαναληπτική διεύρυνση, δεν θα θεωρούσατε σε καμία περίπτωση υποψήφιες για εφαρμογή και γιατί; Ποια μέθοδο θα επιλέγατε, και γιατί, αν γνωρίζατε ότι *i)* είτε υπάρχει μία μόνο λύση είτε υπάρχουν πολλές λύσεις ομοιόμορφα κατανεμημένες στο επίπεδο βάθους d ή *ii)* υπάρχουν πολλές λύσεις συγκεντρωμένες στην ίδια περιοχή του επιπέδου βάθους d;

2. Σ΄ ένα γυμνάσιο, λειτουργούν 2 τμήματα σε κάθε τάξη, δηλαδή υπάρχουν 6 τμήματα συνολικά. Τα μαθήματα, που είναι καθορισμένα για κάθε τμήμα, γίνονται επί 6 διδακτικές ώρες κάθε ημέρα, για 5 ημέρες την εβδομάδα. Στο γυμνάσιο διδάσκει ένας αριθμός καθηγητών και είναι προαποφασισμένο ποιοι καθηγητές διδάσκουν ποια μαθήματα σε ποια τμήματα. Ο γυμνασιάρχης του σχολείου θέλει, εν όψει της νέας σχολικής χρονιάς, να καταρτίσει το ωρολόγιο πρόγραμμα των μαθημάτων.

   (α΄) Αν είναι γνωστό ότι κάθε καθηγητής κάνει μάθημα σε ένα μόνο τμήμα, πόσο δύσκολο είναι το πρόβλημα που έχει να λύσει ο γυμνασιάρχης;

   (β΄) Αν υπάρχουν καθηγητές που κάνουν μαθήματα σε περισσότερα του ενός τμήματα, το πρόβλημα είναι ευκολότερο ή δυσκολότερο; Διατυπώστε το σαν ένα πρόβλημα αναζήτησης σχεδιάζοντας τμήμα του χώρου αναζήτησης και προτείνοντας μία απλή μέθοδο που θα μπορούσε, τουλάχιστον θεωρητικά, να το λύσει. Ποιο είναι το πλήθος των κόμβων-φύλλων στο χώρο αναζήτησης, ή έστω κάποιο πάνω φράγμα του;

   (γ΄) Αν επιτραπεί στους καθηγητές να δηλώσουν κάποιες ημέρες κατά τις οποίες δεν είναι διαθέσιμοι να κάνουν μάθημα, το πρόβλημα είναι ευκολότερο ή δυσκολότερο;

   (δ΄) Αν υπάρχει η υποψία ότι το πρόβλημα έχει περισσότερες της μίας λύσεις (ωρολόγια προγράμματα), πιθανόν να είναι προτιμότερη εκείνη που προσφέρει το περισσότερο συμπυκνωμένο πρόγραμμα στους καθηγητές. Πώς θα έπρεπε να οριστεί, κατά τη γνώμη σας, ο βαθμός συμπύκνωσης ενός ωρολογίου προγράμματος και πώς θα ήταν δυνατόν να βρεθεί το καλύτερο απ΄ αυτά;

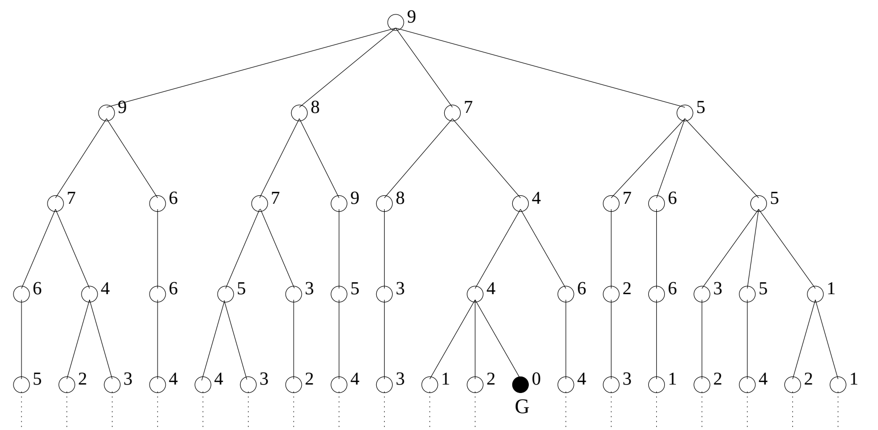
   (ε΄) Αν ο γυμνασιάρχης θελήσει να αυτοματοποιήσει τη διαδικασία κατασκευής του ωρολογίου προγράμματος μέσω υπολογιστή, πιστεύετε ότι θα αρκούσε να αναθέσει την εργασία αυτή σ΄ ένα πολύ καλό προγραμματιστή ή σε κάποιον ειδικό της τεχνητής νοημοσύνης (που να είναι βέβαια και καλός προγραμματιστής) και γιατί;

3. Οποιοδήποτε πρόβλημα αναζήτησης μπορεί να αντιμετωπισθεί διατρέχοντας ένα χώρο αναζήτησης στον οποίο ο παράγοντας διακλάδωσης b δεν είναι ποτέ μεγαλύτερος του 2. Εξηγήστε πώς μπορεί να γίνει αυτό και σχεδιάστε τον αντίστοιχο χώρο αναζήτησης για ένα πρόβλημα που, με τον κλασικό τρόπο που ήδη γνωρίζετε, θα είχε ένα χώρο αναζήτησης ο οποίος θα ήταν δέντρο

βάθους $d = 2$ και σταθερού παράγοντα διακλάδωσης $b = 3$. Ποιο είναι το μέγιστο βάθος του νέου χώρου αναζήτησης (συναρτήσει των d και b); Αν υποθέσουμε ότι το πρόβλημα στο οποίο αναφερόμαστε δεν έχει λύση, οπότε για να το αποδείξουμε αυτό θα πρέπει να διατρέξουμε όλο το χώρο αναζήτησης, και έστω ότι αυτό το κάνουμε με μία πρώτα-κατά-βάθος μέθοδο, υπολογίστε τις απαιτήσεις μνήμης και χρόνου της νέας προσέγγισης (επίσης συναρτήσει των d και b) και συγκρίνετέ τις με τις αντίστοιχες της κλασικής προσέγγισης. Σημειώστε ότι ο χώρος αναζήτησης ενός προβλήματος αναζήτησης δεν είναι ποτέ γνωστός εκ των προτέρων. Απλώς, κατά τη διαδικασία εφαρμογής μίας μεθόδου αναζήτησης, σε κάθε φάση της, είναι γνωστό ένα τμήμα του χώρου αναζήτησης (υποσύνολο των κόμβων του) που πρόκειται να εξερευνηθεί. Συνεπώς, η σωστή απάντηση στην εργασία αυτή δεν συνίσταται στην εφαρμογή ενός μετασχηματισμού τυχαίου δέντρου σε δυαδικό δέντρο, για τον απλούστατο λόγο ότι ποτέ δεν έχουμε στη διάθεσή μας τον πλήρη χώρο αναζήτησης ενός προβλήματος. Αυτό που ζητάει η εργασία είναι οι επεμβάσεις που πρέπει να γίνουν στη διαδικασία αναζήτησης ώστε ο χώρος αναζήτησης του οποιουδήποτε προβλήματος να καταλήγει τελικά να μην έχει ποτέ παράγοντα διακλάδωσης μεγαλύτερο του 2.

---

4. Υπάρχει μία μέθοδος ευριστικής αναζήτησης, που λέγεται αναζήτηση δέσμης (beam search), στην οποία η εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης γίνεται κατά επίπεδα (όπως, δηλαδή, στη μέθοδο πρώτα-κατά-πλάτος). Η διαφορά της μεθόδου αυτής με την πρώτα-κατά-πλάτος έγκειται στο ότι σε κάθε επίπεδο επιλέγονται για περαιτέρω ανάπτυξη μόνο οι k καλύτεροι κόμβοι όλου του επιπέδου, σύμφωνα με κάποια δεδομένη ευριστική συνάρτηση. Ποιες είναι οι απαιτήσεις μνήμης και χρόνου της μεθόδου αυτής; Σχολιάστε ό,τι άλλο θεωρείτε ότι μπορεί να έχει ενδιαφέρον. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή του k για την οποία στο παρακάτω δέντρο αναζήτησης η μέθοδος θα βρει τον κόμβο-στόχο G; (Οι αριθμοί στους κόμβους είναι οι τιμές της ευριστικής συνάρτησης που εκτιμά την απόσταση από κόμβο-στόχο.) Πιστεύετε ότι μεγαλύτερες τιμές του k κάνουν πιο ασφαλή τη μέθοδο στην εύρεση λύσεων, ή αυτό δεν είναι απαραίτητο;



5. Σε κάποια προβλήματα, είναι ίσως χρήσιμο να εφαρμόσει κανείς μία αναζήτηση διπλής κατεύθυνσης (bidirectional search), διεξάγοντας, δηλαδή, δύο ταυτόχρονες αναζητήσεις, η μία από

την αρχική κατάσταση προς κάποια κατάσταση-στόχο και η δεύτερη με αντίστροφη φορά. Προφανώς, η αναζήτηση είναι επιτυχής όταν οι δύο επί μέρους αναζητήσεις συναντηθούν σε κάποια κοινή κατάσταση.

(α΄) Είναι δυνατόν η μέθοδος να εφαρμοσθεί σε οποιοδήποτε πρόβλημα αναζήτησης;

(β΄) Μπορούν και οι δύο αντίστροφες αναζητήσεις να είναι ευριστικού τύπου;

(γ΄) Αν οι δύο αντίστροφες αναζητήσεις είναι τυφλές, μπορούν και οι δύο να είναι πρώτα-κατά-πλάτος;Μπορούν και οι δύο να είναι πρώτα-κατά-βάθος;Μπορεί η μία να είναι πρώτα-κατά-πλάτος και η άλλη πρώτα-κατά-βάθος;

(δ΄) Τι οφέλη (χώρου και χρόνου) μπορούν να προκύψουν με μία αναζήτηση διπλής κατεύθυνσης όπου οι δύο επί μέρους αναζητήσεις είναι πρώτα-κατά-πλάτος σε σχέση με μία μονής κατεύθυνσης πρώτα-κατά-πλάτος αναζήτηση;

6. Συνήθως, στα προβλήματα αναζήτησης θεωρούμε ότι το κόστος μετάβασης από έναν κόμβο του χώρου καταστάσεων σ΄ ένα διάδοχό του είναι 1. Σε πολλά όμως προβλήματα από τον πραγματικό κόσμο, το κόστος αυτό είναι απλώς θετικό και, εν γένει, διάφορο του 1. Φυσικά, σε κάθε περίπτωση είναι εκ των προτέρων δεδομένο ή, τουλάχιστον, με καθορισμένο τρόπο υπολογίσιμο. Για την εύρεση λύσης σε τέτοιου είδους προβλήματα έχει προταθεί η μέθοδος αναζήτησης ομοιόμορφου κόστους (uniform cost search) στην οποία κάθε κόμβος εξετάζεται πριν από όλους τους κόμβους που έχουν συνολικό κόστος μετάβασης από τον κόμβο-ρίζα μεγαλύτερο από το αντίστοιχο κόστος γι΄ αυτόν τον κόμβο.

(α΄) Δώστε μία αλγοριθμική περιγραφή της παραπάνω μεθόδου (πιθανώς, σαν εξειδίκευση της γενικής μεθόδου αναζήτησης που γνωρίζετε).

(β΄) Σχετίζεται η μέθοδος με την πρώτα-κατά-πλάτος μέθοδο αναζήτησης και πώς;

(γ΄) Σχετίζεται η μέθοδος με την πρώτα-ο-καλύτερος μέθοδο αναζήτησης και πώς;

(δ΄) Σε ποια κατηγορία θα εντάσσατε τη μέθοδο αναζήτησης ομοιόμορφου κόστους, στις τυφλές ή στις ευριστικές μεθόδους, και γιατί;

(ε΄) Έχει κάποιες ιδιότητες ("καλές" ή "κακές") η μέθοδος και ποιες;

(ϛ΄) Αν δεν ίσχυε ο περιορισμός το κόστος μετάβασης από έναν κόμβο σε κάποιο διάδοχό του να είναι θετικό, θα είχατε να κάνετε κάποια παρατήρηση;

(ζ΄) Δώστε ένα πρόβλημα από τον πραγματικό κόσμο που θα ταίριαζε η εφαρμογή της.

7. Στο πρόβλημα του "χρωματισμού χάρτη" έχουμε δεδομένο ένα σύνολο από χώρες, γνωρίζουμε επίσης ποιες χώρες συνορεύουν με ποιες και το ζητούμενο είναι να αναθέσουμε κάποιο χρώμα, από ένα σύνολο διαθέσιμων χρωμάτων, σε κάθε χώρα έτσι ώστε να μην υπάρχουν δύο χώρες που να συνορεύουν με το ίδιο χρώμα. Αποδεικνύεται ότι για οποιοδήποτε χάρτη, τέσσερα χρώματα είναι αρκετά για το χρωματισμό του. Για τα ερωτήματα που ακολουθούν, θεωρήστε ότι έχουμε τέσσερα διαθέσιμα χρώματα.

(α΄) Περιγράψτε την πλέον προφανή μέθοδο αναζήτησης για την επίλυση του προβλήματος. Τι είδους μέθοδος είναι απ΄ αυτές που γνωρίζετε;

(β΄) Αν υλοποιούσατε τη μέθοδό σας σ΄ ένα γρήγορο υπολογιστή, που θα σας έδινε τη δυνατότητα να επισκέπτεστε 2000000 κόμβους το δευτερόλεπτο, μέχρι ποιο αριθμό χωρών θα μπορούσε η μέθοδός σας να βρει όλες τις λύσεις του προβλήματος πριν εξαντληθεί η υπομονή σας; Πιστεύετε ότι έχετε ελπίδες να χρωματίσετε το χάρτη της Ευρώπης μ΄ αυτήν τη μέθοδο;

(γ΄) Μπορεί το πρόβλημα να έχει 4 λύσεις; Μήπως 17; 24; 32; 48;

(δ΄) Μπορείτε να βελτιώσετε τη μέθοδό σας με τη βοήθεια κάποιας ευριστικής προσέγγισης; Μήπως για τη βελτίωση αυτή χρειαστεί να εισαγάγετε και κάποιες βοηθητικές δομές δεδομένων καθώς και κάποιες βοηθητικές διαδικασίες στην περιγραφή της μεθόδου;

---

8. Έστω ότι η γέννηση των παιδιών ενός κόμβου σ΄ ένα δέντρο αναζήτησης παιγνιδιού απαιτεί χρόνο g και έστω ότι θεωρούμε δύο υποψήφιες ευριστικές συναρτήσεις $e_1(n)$ και $e_2(n)$ οι οποίες απαιτούν χρόνους t_1 και t_2 αντίστοιχα για να υπολογισθούν όταν εφαρμόζονται στον κόμβο n. Αν ο παράγοντας διακλάδωσης είναι b και ισχύει $t_1 < t_2$, κάτω από ποιες συνθήκες ο χρόνος που απαιτείται για να ψάξουμε το δέντρο σε βάθος d χρησιμοποιώντας την $e_1(n)$ είναι μικρότερος από το χρόνο που απαιτείται για να ψάξουμε το δέντρο σε βάθος $d-1$ χρησιμοποιώντας την $e_2(n)$; Εξετάστε και τη μέθοδο minimax αλλά και την αισιόδοξη εκδοχή της α-β αναζήτησης.

9. Αντίστοιχα με τα γνωστά σας παιγνίδια 2 παικτών, θεωρήστε και την κατηγορία των παιγνιδιών 3 παικτών, στα οποία οι παίκτες A, B και C παίζουν κυκλικά έχοντας στόχο ο καθένας στο τέλος του παιγνιδιού να είναι ο νικητής. Υποθέτοντας ότι υπάρχουν 3 ευριστικές συναρτήσεις $f_A(n)$, $f_B(n)$ και $f_C(n)$ οι οποίες εκτιμούν σ΄ ένα κόμβο n του παιγνιδιού τις προοπτικές νίκης του κάθε παίκτη, π.χ. σαν μία τιμή στο διάστημα $[-1, 1]$, προτείνετε μία μέθοδο ανάλογη της minimax, χωρίς να την περιγράψετε λεπτομερώς, με την οποία να μπορεί ένας παίκτης να αποφασίσει σε δεδομένη κατάσταση του παιγνιδιού που είναι η σειρά του να παίξει ποια κίνηση τον συμφέρει να επιλέξει.

10. Δώστε ένα κάτω φράγμα του αριθμού των τερματικών κόμβων που θα εξετασθούν οπωσδήποτε σε μία α-β αναζήτηση, όταν ο παράγοντας διακλάδωσης είναι b και το βάθος d είναι περιττός αριθμός.

---

11. Δίνονται τα κατηγορήματα man, $woman$, $loves$ και $hates$ που σημαίνουν:

$man(x)$:	ο x είναι άντρας
$woman(x)$:	η x είναι γυναίκα
$loves(x, y)$:	ο/η x αγαπά την/τον y
$hates(x, y)$:	ο/η x μισεί την/τον y

Μέσω των παραπάνω κατηγορημάτων διατυπώστε σε λογική πρώτης τάξης τα εξής:

(α΄) Κάποιος άντρας αγαπά κάθε γυναίκα που μισεί τον Αντώνη.

(β΄) Κάθε άντρας αγαπά κάποια γυναίκα που μισεί τον Αντώνη.

Στη συνέχεια μετασχηματίστε τα σε κανονική μορφή.

12. Με τη βοήθεια των κατηγορημάτων in και $empty$ που ερμηνεύονται σαν

$in(x, s)$:	το x ανήκει στο σύνολο s
$empty(s)$:	το σύνολο s είναι κενό

και του συναρτησιακού συμβόλου $diff$ που ερμηνεύεται σαν

diff(s,t):	η διαφορά s-t των συνόλων s και t

διατυπώστε σε λογική πρώτης τάξης τους ορισμούς του κενού συνόλου ("κενό είναι ένα σύνολο αν και μόνο αν δεν περιέχει κανένα στοιχείο") και της διαφοράς δύο συνόλων ("ένα στοιχείο ανήκει στη διαφορά δύο συνόλων αν και μόνο αν ανήκει στο πρώτο και δεν ανήκει στο δεύτερο"). Μετασχηματίστε τους τύπους που γράψατε σε κανονική μορφή και αποδείξτε με τη βοήθεια της ανάλυσης ότι για κάθε σύνολο s, η διαφορά s-s είναι κενό σύνολο.

13. Φανταστείτε ότι ζείτε σ' ένα κόσμο στον οποίο οι μόνες σταθερές που υπάρχουν είναι τα δεκαδικά ψηφία 0, 1, 2, …, 9. Επίσης, θεωρήστε ότι είναι γνωστή η διάταξη αυτών των ψηφίων και η οποία, μάλιστα, εκφράζεται σε λογική πρώτης τάξης μέσω του κατηγορήματος *next* ως εξής:
$T \longrightarrow next(0,1), \quad T \longrightarrow next(1,2), \quad T \longrightarrow next(2,3), \quad \ldots, \quad T \longrightarrow next(8,9)$
    (α′) Προτείνετε ένα τρόπο αναπαράστασης στη λογική πρώτης τάξης διψήφιων αριθμών.
    (β′) Έστω το κατηγόρημα *add*, τέτοιο ώστε το $add(D1,D2,DD)$ να είναι αληθές όταν το άθροισμα των ψηφίων $D1$ και $D2$ είναι ο (πιθανώς) διψήφιος αριθμός DD. Διατυπώστε σε λογική πρώτης τάξης τη γνώση ότι "*προσθέτοντας το ψηφίο x με το ψηφίο y παίρνουμε το ίδιο άθροισμα με το αν προσθέταμε το επόμενο ψηφίο του x με το προηγούμενο ψηφίο του y*".
    (γ′) Αφού διατυπώσετε σε λογική πρώτης τάξης και άλλη απλή γνώση που πιθανώς είναι απαραίτητη, πλην αυτής του προηγούμενου ερωτήματος, εκφράστε, επίσης σε λογική πρώτης τάξης, το ερώτημα "*πόσο κάνει 5 και 7;*", και μέσω της εισαγωγής της άρνησης του αποδεικτέου στη βάση γνώσης, εφαρμόστε διαδοχικά την ανάλυση για να βρείτε την απάντηση.
    (δ′) Αν το κατηγόρημα *bigadd* είναι τέτοιο ώστε το $bigadd(D1,D2,D3,DD)$ να είναι αληθές όταν το άθροισμα των ψηφίων $D1$, $D2$ και $D3$ είναι ο (πιθανώς) διψήφιος αριθμός DD, τι θα μπορούσατε να γράψετε σε λογική πρώτης τάξης για το *bigadd*;
    (ε′) Αν σας ζητούσαν σιγά-σιγά να επεκτείνετε τις δυνατότητες της αριθμομηχανής σας σε λογική, κάποια στιγμή θα χρειαζόσασταν να αναπαραστήσετε αριθμούς με αυθαίρετο αριθμό ψηφίων. Πώς θα μπορούσατε να το κάνετε αυτό;

14. "*Ο Ιάκωβος έχει ένα σκύλο. Όποιος έχει ζώα, τα αγαπάει. Κανένας δεν σκοτώνει ένα ζώο αν αγαπάει τα ζώα. Ή ο Ιάκωβος ή η Περιέργεια σκότωσε τη γάτα που την λένε Κάτια.*" Με τη βοήθεια των σταθερών *Jack*, *Curiosity* και *Kate* που παριστάνουν, αντίστοιχα, τον Ιάκωβο, την Περιέργεια και την Κάτια και των κατηγορημάτων *dog*, *cat*, *animal*, *owns*, *animallover* και *kills* που σημαίνουν

$dog(x)$:	ο x είναι σκύλος
$cat(x)$:	η x είναι γάτα
$animal(x)$:	το x είναι ζώο
$owns(x,y)$:	ο x έχει το y
$animallover(x)$:	ο x αγαπάει τα ζώα
$killed(x,y)$:	ο x σκότωσε το y

διατυπώστε την παραπάνω γνώση (ίσως και κάποια επιπλέον προφανή γνώση που δεν αναφέρθηκε) σε λογική πρώτης τάξης και με τη βοήθεια του κανόνα της ανάλυσης δώστε απάντηση στο καίριο ερώτημα: "*Είναι αλήθεια ότι η Περιέργεια σκότωσε την Κάτια;*"

15. Δίνονται τα κατηγορήματα *barber*, *cutshair* και *same* που σημαίνουν:

$barber(x)$:	ο x είναι κουρέας
$cutshair(x,y)$:	ο x κουρεύει τον y
$same(x,y)$:	ο x είναι ίδιος με τον y

    (α′) Εκφράστε σε καλοδιατυπωμένη φυσική γλώσσα και μετασχηματίστε σε κανονική μορφή τον τύπο
$$\neg(\exists x)(\exists y)(barber(x) \wedge cutshair(x,y) \wedge same(x,y))$$
    (β′) Διατυπώστε σε λογική πρώτης τάξης τα
    - Καθένας κουρεύεται από κάποιον κουρέα
    - Υπάρχει μόνο ένας κουρέας
    (γ′) Δείξτε ότι η βάση γνώσης που αποτελείται από τα (α′) και (β′) παραπάνω είναι αντιφατική.

16. "*Στην πόλη έγινε ένας φόνος. Το θύμα ήταν ο Victor. Η αστυνομία συνέλαβε τρεις υπόπτους, τον Abbott, τον Babbitt και τον Cabot. Ο Abbott ισχυρίζεται ότι ο Babbitt ήταν φίλος του Victor και ότι ο Cabot μισούσε τον Victor. Ο Babbitt αρνήθηκε ότι ήταν στην πόλη την ημέρα του φόνου και επίσης είπε ότι δεν γνώριζε τον Victor. Ο Cabot κατέθεσε ότι είδε τον Abbott και τον Babbitt να είναι με τον Victor λίγο πριν το έγκλημα. Η αστυνομία είναι βέβαιη ότι ακριβώς ένας από τους Abbott, Babbitt και Cabot είναι ο ένοχος. Επίσης, υποθέτει ότι οι δύο που είναι αθώοι λένε την αλήθεια.*" Κωδικοποιήστε την προηγούμενη γνώση σε λογική πρώτης τάξης, χρησιμοποιώντας κατηγορήματα της επιλογής σας. Βρείτε εφαρμόζοντας την ανάλυση ποιος είναι ο δολοφόνος, αφού κωδικοποιήσετε σε λογική πρώτης τάξης **απλή και προφανή** γνώση που σας χρειάζεται γι' αυτό το σκοπό, όπως, για παράδειγμα, ότι "*δεν μπορεί να μην είναι κάποιος στην πόλη και να ήταν μαζί με το θύμα λίγο πριν το φόνο*" ή ότι "*οπωσδήποτε γνωρίζονται κάποιοι που είναι φίλοι*" ή ότι "*για να έχει κάποιος αισθήματα αγάπης ή μίσους για κάποιον άλλο πρέπει να τον γνωρίζει*" κ.λ.π.

17. Έστω ότι γνωρίζετε τα εξής: "*Στο Γιάννη αρέσουν όλα τα φαγητά. Τα μήλα είναι φαγητό. Το κοτόπουλο είναι φαγητό. Οτιδήποτε τρώει κάποιος και δεν τον πεθαίνει είναι φαγητό. Αν πεθάνεις από κάτι, δεν είσαι ζωντανός. Ο Βασίλης είναι ζωντανός. Η Μαρία τρώει οτιδήποτε τρώει και ο Βασίλης.*"
    (α′) Κωδικοποιήστε αυτή τη γνώση σε λογική πρώτης τάξης και μετασχηματίστε τους τύπους που θα προκύψουν σε κανονική μορφή.
    (β′) Έστω ότι γνωρίζετε επιπλέον και το BillysAxiom: "*Ο Βασίλης τρώει φιστίκια.*" Αποδείξτε μέσω της ανάλυσης ότι "*στο Γιάννη αρέσουν τα φιστίκια*".
    (γ′) Δεδομένου του BillysAxiom, βρείτε "*τι φαγητό τρώει η Μαρία*" χρησιμοποιώντας επίσης τον κανόνα της ανάλυσης.
    (δ′) Έστω ότι αντί για το BillysAxiom, γνωρίζετε το WorldsAxiom: "*Αν δεν τρως τίποτα, πεθαίνεις και αν πεθάνεις, δεν είσαι ζωντανός.*" Βρείτε πάλι με την ανάλυση "*τι φαγητό τρώει η Μαρία*".

18. Γνωρίζουμε από την άλγεβρα ότι ένα μη κενό σύνολο G εφοδιασμένο με μία πράξη $\circ$ είναι μία ομάδα $(G,\circ)$ αν:
    - Η πράξη $\circ$ είναι κλειστή στο G, δηλαδή $\forall x,y \in G : x \circ y \in G$
    - Η πράξη $\circ$ είναι προσεταιριστική, δηλαδή $\forall x,y,z \in G : x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z$
    - Υπάρχει ουδέτερο στοιχείο e της πράξης $\circ$, δηλαδή $\forall x \in G : x \circ e = e \circ x = x$

- Κάθε στοιχείο x στο G έχει το αντίστροφό του, δηλαδή $\forall x \in G : \exists y \in G : x \circ y = y \circ x = e$

Με τη βοήθεια μόνο του κατηγορήματος P, όπου το $P(x, y, z)$ σημαίνει ότι $x \circ y = z$, κωδικοποιήστε τον ορισμό της ομάδας σε λογική πρώτης τάξης και μετασχηματίστε τους τύπους που θα γράψετε σε κανονική μορφή. Στη συνέχεια, με εφαρμογή του κανόνα της ανάλυσης, αποδείξτε ότι αν ισχύει ότι $\forall x \in G : x \circ x = e$ τότε θα ισχύει και ότι $\forall u, v \in G : u \circ v = v \circ u$.

19. Συμπληρώστε την ελλιπή απόδειξη των σημειώσεων για το ότι "υπάρχουν άρρητοι αριθμοί x και y τέτοιοι ώστε το x^y να είναι ρητός". Βρίσκει η απόδειξη τέτοιους αριθμούς x και y;

20. Έστω ότι γνωρίζουμε τα εξής:

    (α΄) Τα μέλη του "συλλόγου φίλων της τεχνητής νοημοσύνης" είναι ο Νίκος, η Μαρία, ο Βασίλης και η Ελένη και μόνο αυτοί.

    (β΄) Ο Νίκος είναι παντρεμένος με τη Μαρία.

    (γ΄) Ο Βασίλης είναι αδελφός της Ελένης.

    (δ΄) Ο/Η σύζυγος κάθε παντρεμένου μέλους του συλλόγου είναι επίσης μέλος του συλλόγου.

    (ε΄) Η τελευταία συνέλευση του συλλόγου έγινε στο σπίτι του Νίκου.

    Αναπαραστήστε την παραπάνω γνώση σε λογική πρώτης τάξης. Από αυτήν τη γνώση, ένας άνθρωπος θα μπορούσε να συμπεράνει επίσης ότι "η τελευταία συνέλευση του συλλόγου έγινε στο σπίτι της Μαρίας" καθώς επίσης και ότι "η Ελένη δεν είναι παντρεμένη". Ποια επιπλέον γνώση χρειάζεται για να μπορέσουν αυτά να αποδειχθούν; Κωδικοποιήστε αυτήν τη γνώση επίσης σε λογική πρώτης τάξης και αποδείξτε τα ζητούμενα με χρήση του κανόνα της ανάλυσης.

---

21. Κάθε αεροπορική εταιρεία αντιμετωπίζει το πρόβλημα της στελέχωσης των πτήσεων που πρέπει να φέρει σε πέρας με το κατάλληλο ιπτάμενο προσωπικό (κυβερνήτη, συγκυβερνήτη, συνοδούς και φροντιστές), σεβόμενη τόσο διεθνείς και εθνικούς κανονισμούς όσο και συλλογικές συμβάσεις που έχουν υπογραφεί με τους εργαζομένους. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται *χρονοπρογραμματισμός πληρωμάτων* (crew scheduling) και, ως επί το πλείστον, γίνεται σε μηνιαία βάση. Μεταξύ των πολλών νομίμων προγραμμάτων εργασίας που μπορούν να κατασκευασθούν, η εταιρεία επιθυμεί να υιοθετήσει το καλύτερο δυνατό, ή έστω ένα πολύ καλό, σύμφωνα με κάποιο κριτήριο, ή συνδυασμό κριτηρίων, που έχει αποφασίσει.

    Συνήθως, το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού πληρωμάτων αντιμετωπίζεται σε δύο φάσεις. Πρώτα, ομαδοποιούνται οι πτήσεις που πρέπει να καλύψει η εταιρεία σε *συνδυασμούς πτήσεων* (pairings), όπου κάθε συνδυασμός πτήσεων είναι μία ακολουθία από πτήσεις που αρχίζει από τη βάση της εταιρείας και καταλήγει επίσης στη βάση και είναι έτσι επιλεγμένες ώστε να μπορούν να στελεχωθούν νομίμως από το ίδιο πλήρωμα. Αυτή είναι η φάση της *γέννησης συνδυασμών πτήσεων* (pairing generation), τους οποίους ας ονομάζουμε στο εξής απλώς ΣΠ. Η δεύτερη φάση είναι αυτή της ανάθεσης των ΣΠ σε συγκεκριμένα μέλη πληρώματος και η οποία ονομάζεται *ανάθεση πληρωμάτων* (crew assignment).

    Με βάση την προηγούμενη εισαγωγή, υλοποιήστε σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού της επιλογής σας ένα πρόγραμμα που να αναθέτει ένα σύνολο από ΣΠ σε έναν αριθμό από κυβερνήτες. Κάθε ΣΠ πρέπει να ανατεθεί σε έναν ακριβώς κυβερνήτη, αλλά, προφανώς, κάθε κυβερνήτης μπορεί να αναλάβει πολλούς ΣΠ, εφ' όσον η ανάθεση αυτή είναι εφικτή και νόμιμη. Δεδομένα για ΣΠ θα βρείτε στο αρχείο `http://www.di.uoa.gr/~takis/Pairings.txt`. Το αρχείο αυτό περιλαμβάνει ΣΠ για το πρόγραμμα πτήσεων της Ολυμπιακής Αεροπορίας, που

εκτελέσθηκαν με ένα συγκεκριμένο τύπο αεροσκάφους, το Boeing 737-400, για το χρονικό διάστημα από 1/11/2003 έως 29/2/2004. Κάθε γραμμή του αρχείου αντιστοιχεί σε μία πτήση της εταιρείας. Το format των γραμμών είναι το εξής:

Στήλες 1-4:	Αύξων αριθμός ΣΠ
Στήλες 6-8:	Αριθμός πτήσης
Στήλες 10-12:	Αεροδρόμιο αναχώρησης
Στήλες 14-16:	Αεροδρόμιο άφιξης
Στήλες 18-27:	Ημερομηνία αναχώρησης (της μορφής <YYYY>–<MM>–<DD>)
Στήλες 29-33:	Ώρα αναχώρησης, Greenwich (της μορφής <HH>:<MM>)
Στήλες 35-44:	Ημερομηνία άφιξης (της μορφής <YYYY>–<MM>–<DD>)
Στήλες 46-50:	Ώρα άφιξης, Greenwich (της μορφής <HH>:<MM>)

Οι ΣΠ μέσα στο αρχείο δεν έχουν κάποια αυστηρή ταξινόμηση, πράγμα που σημαίνει ότι για να επιλέξετε τους ΣΠ που η πρώτη πτήση τους αρχίζει μέσα σε συγκεκριμένη χρονική περίοδο, πρέπει να διαβάσετε όλο το αρχείο. Όμως, οι πτήσεις ενός ΣΠ είναι σε συνεχόμενες γραμμές, με βάση τη σειρά εκτέλεσής τους.

Εκτός του προφανούς περιορισμού ότι δεν είναι δυνατόν να ανατεθούν στον ίδιο κυβερνήτη δύο ΣΠ που έχουν χρονική επικάλυψη, μία ανάθεση είναι νόμιμη αν υπακούει σ' ένα πολύ μεγάλο σύνολο από κανόνες, εσείς όμως στην υλοποίησή σας θα λάβετε υπόψη σας μόνο τους εξής δύο:

(α΄) Σε κάθε συνεχόμενο διάστημα 7 ημερολογιακών ημερών (από μεσάνυχτα σε μεσάνυχτα) πρέπει κάθε κυβερνήτης να έχει δύο ημέρες ανάπαυσης (ρεπό). Μία ημερολογιακή ημέρα θεωρείται ρεπό όταν ο ιπτάμενος δεν έχει κανένα πτητικό καθήκον κατά τη διάρκεια της ημέρας αυτής.

(β΄) Μεταξύ δύο συνεχόμενων ΣΠ που ανατίθενται σε κάποιο κυβερνήτη, πρέπει να μεσολαβούν τουλάχιστον 11 ώρες ανάπαυσης, ή ημέρα ρεπό.

Το πρόγραμμα που θα υλοποιήσετε, εκτός από το ότι θα συμβουλεύεται το αρχείο των ΣΠ, θα πρέπει να παίρνει στην είσοδό του το πλήθος των κυβερνητών που θα χρησιμοποιήσει για την ανάθεση, αλλά και τη χρονική περίοδο της ανάθεσης, δίνοντάς του την ημερομηνία έναρξης και την ημερομηνία λήξης της περιόδου, οπότε θα πρέπει να αναθέτει όλους τους ΣΠ που η αναχώρηση της πρώτης πτήσης τους εμπίπτει μέσα στην περίοδο. Φροντίστε το πρόγραμμά σας να παράγει νόμιμες αλλά και όσο το δυνατόν "πυκνές" αναθέσεις. Βρείτε, μέσω δοκιμαστικών εκτελέσεων του προγράμματός σας, και για δεδομένες χρονικές περιόδους που θα πειραματίζεστε, τον ελάχιστο αριθμό κυβερνητών που απαιτούνται για να κατασκευάσετε νόμιμες αναθέσεις. Πάντως, θα ήταν καλό να καταφέρετε να κάνετε ανάθεση και για πλήρεις ημερολογιακούς μήνες.

Μεταξύ των διαφόρων εναλλακτικών αναθέσεων που είναι νόμιμες, αλλά και "πυκνές", οπότε χρησιμοποιούν τον ελάχιστο αριθμό κυβερνητών, να δώσετε σαν αποτέλεσμα εκείνη που έχει την καλύτερη, ή έστω κάποια αρκετά καλή, ισοκατανομή χρόνου πτήσης μεταξύ όλων των κυβερνητών, μέσα στην περίοδο χρονοπρογραμματισμού. Σαν μέτρο της ισοκατανομής V, που πρέπει να προσπαθήσετε να ελαχιστοποιήσετε, ορίζεται το εξής:

$$V = \sum_{i=1}^{C} (FT_i - IFT)^2$$

όπου C είναι το πλήθος των κυβερνητών, FT_i είναι ο συνολικός χρόνος πτήσης του κυβερνήτη i μέσα στην περίοδο και IFT είναι ο ιδανικός συνολικός χρόνος πτήσης κάθε κυβερνήτη, που αντιστοιχεί στην απόλυτη ισοκατανομή. Δηλαδή:

$$FT_i = \sum_{j=1}^{P}(p_{ij} \cdot FTP_j)$$

όπου P είναι το πλήθος των ΣΠ της περιόδου, το p_{ij} δείχνει αν ο ΣΠ j ανατέθηκε στον κυβερνήτη i και FTP_j είναι ο συνολικός χρόνος πτήσης του ΣΠ j. Συγκεκριμένα:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν ο ΣΠ } j \text{ ανατέθηκε στον κυβερνήτη } i \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

και

$$FTP_j = \sum_{k=1}^{F_j}(AT_{kj} - DT_{kj})$$

όπου F_j είναι το πλήθος των πτήσεων του ΣΠ j, AT_{kj} και DT_{kj} οι χρονικές στιγμές άφιξης και αναχώρησης, αντίστοιχα, της πτήσης k του ΣΠ j. Τέλος:

$$IFT = \frac{\sum_{m=1}^{P} FTP_m}{C}$$

Σχετικά με την έξοδο που θα παραγάγει το πρόγραμμά σας, πρέπει οπωσδήποτε, για λόγους ελέγχου της ορθότητας των αποτελεσμάτων σας, να εκτυπώνεται μία γραμμή για κάθε κυβερνήτη, στην οποία θα περιέχονται οι αύξοντες αριθμοί ΣΠ που του έχουν ανατεθεί. Έχετε, βέβαια, απόλυτη ελευθερία, να δημιουργείται από το πρόγραμμά σας και άλλη έξοδος, πλην της προηγούμενης, σε πιο αναγνώσιμη μορφή, αρκεί, φυσικά, να την τεκμηριώσετε επαρκώς.

21/10/2004
Παν. Σταματόπουλος