

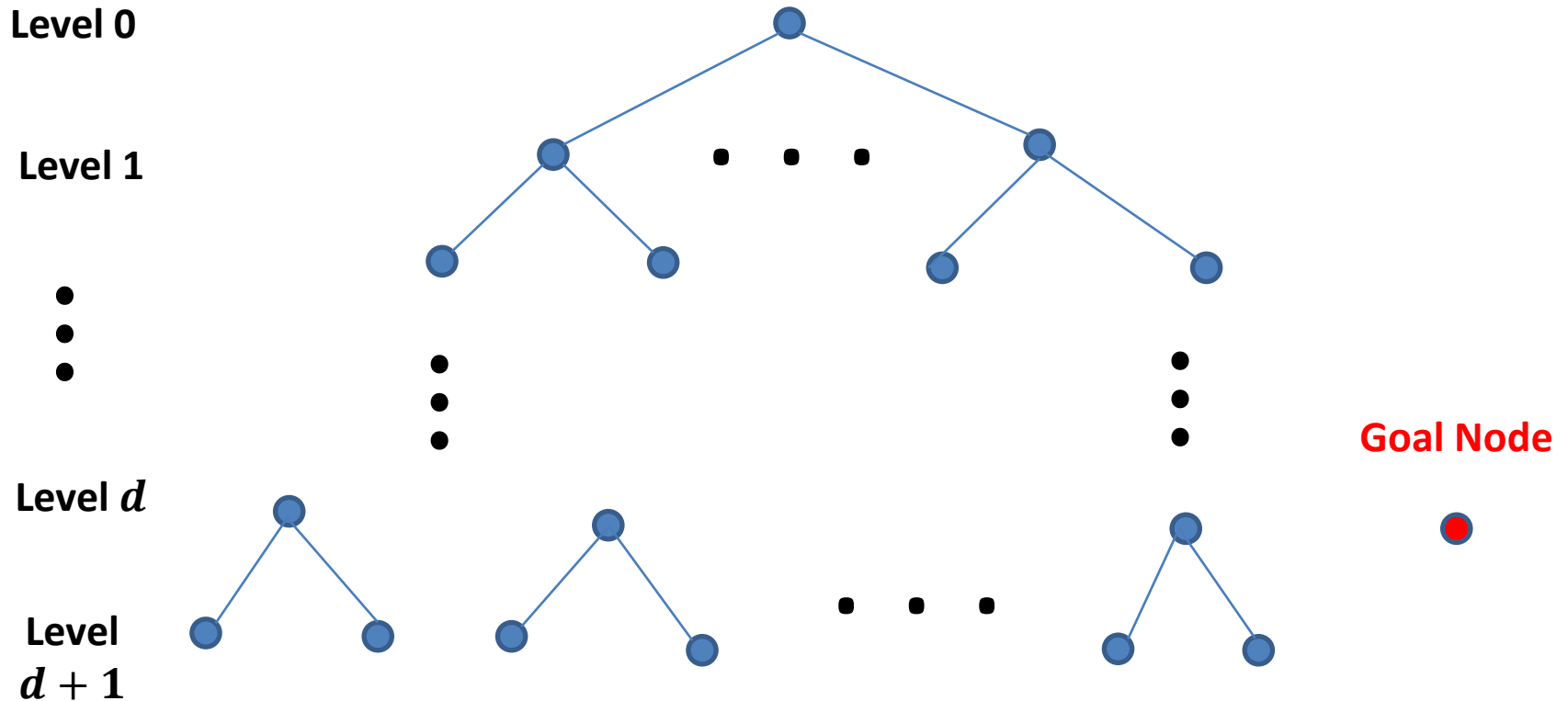
Πολυπλοκότητα των Αλγορίθμων Αναζήτησης BFS και DFS

Μανόλης Κουμπάρκης

Πολυπλοκότητα του BFS

- Η χρονική και χωρική πολυπλοκότητα θα υπολογιστεί ως προς τον **παράγοντα διακλάδωσης (b)** και το **βάθος της λύσης (d)**.
- Η χρονική πολυπλοκότητα εξαρτάται από τον **αριθμό των κόμβων που παράγονται** (είναι της ίδιας τάξης).

Το Δένδρο Αναζήτησης για τον BFS



Πολυπλοκότητα Χρόνου

- Θέλουμε να υπολογίσουμε τους κόμβους του δένδρου αναζήτησης που παράγονται όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.
- Το σχήμα δείχνει τη χειρότερη περίπτωση για την εύρεση του κόμβου στόχου στο επίπεδο d .
- Τότε ο αριθμός των κόμβων που έχουν επεκταθεί είναι:

$$1 + b + b^2 + \dots + b^d + b^{d+1} - b$$

Πολυπλοκότητα Χρόνου

- Η παραπάνω έκφραση είναι ισοδύναμη με

$$\frac{b^{d+2} - 1}{b - 1} - b < \frac{b^{d+2}}{b - 1} = \frac{b}{b - 1} b^{d+1} \leq$$

$$2b^{d+1} = O(b^{d+1})$$

για όλα τα $b \geq 2$.

- Η τελευταία ανισότητα παραπάνω ισχύει επειδή $\frac{b}{b-1} \leq 2$ για όλα τα $b \geq 2$.
- Θυμηθείτε επίσης ότι

$$1 + a + a^2 + \dots + a^k = \frac{a^{k+1} - 1}{a - 1}.$$

Πολυπλοκότητα Χώρου

- Η μεγαλύτερη κατανάλωση χώρου από τον αλγόριθμο BFS, γίνεται για την αποθήκευση των στοιχείων του συνόρου όταν βρίσκουμε τον κόμβο στόχου.
- Σε αυτή την περίπτωση οι κόμβοι στο σύνορο είναι $b^{d+1} - b + 1 = O(b^{d+1})$.

Πολυπλοκότητα Χρόνου για τον DFS

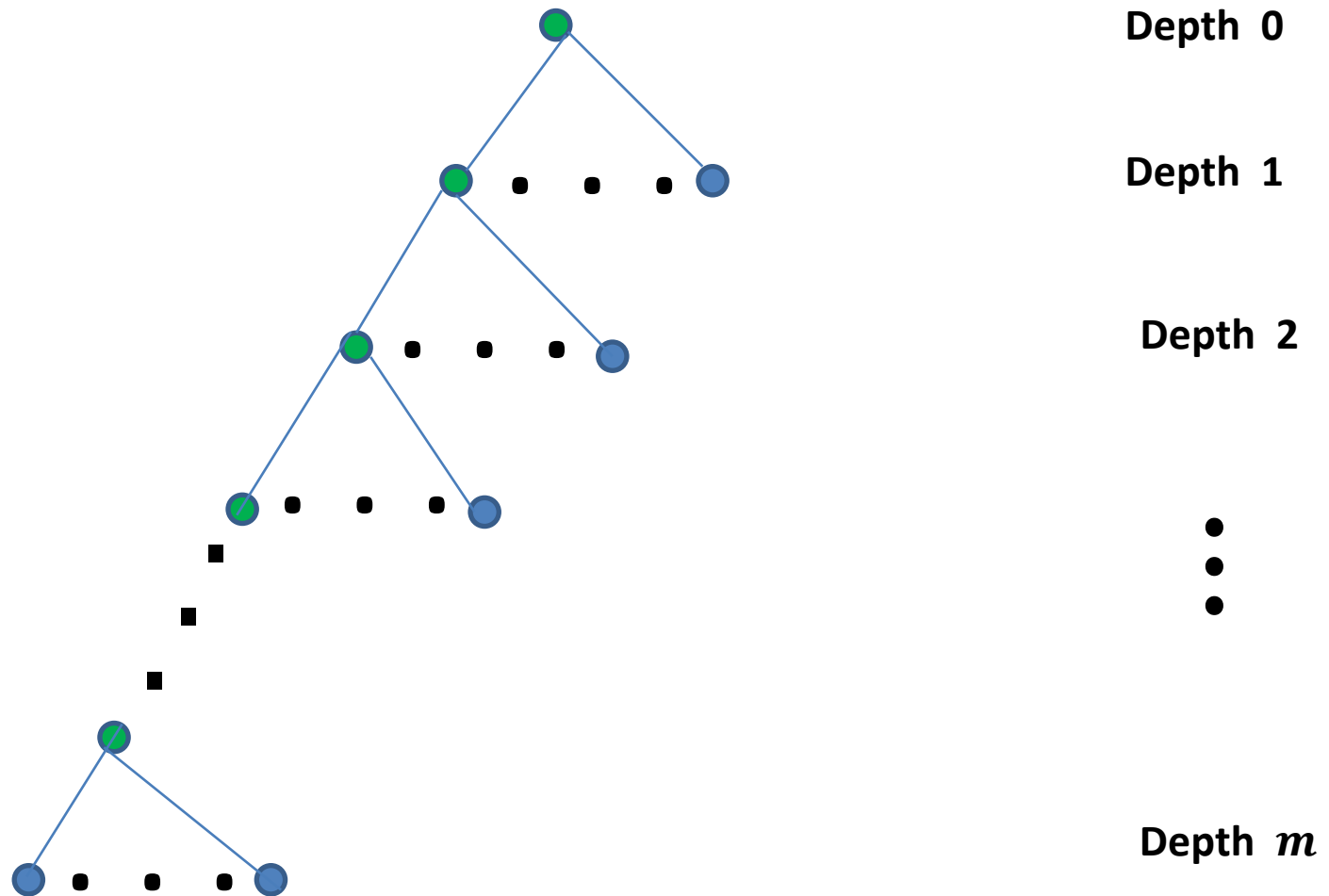
- Αν m είναι το **μέγιστο βάθος του δένδρου αναζήτησης**, τότε ο μέγιστος αριθμός κόμβων που επεκτείνονται από τον DFS είναι

$$1 + b + b^2 + \dots + b^m = \frac{b^{m+1} - 1}{b - 1} <$$

$$\frac{b^{m+1}}{b - 1} = \frac{b}{b - 1} b^m \leq 2b^m = O(b^m)$$

- Η τελευταία ανισότητα παραπάνω ισχύει επειδή $\frac{b}{b-1} \leq 2$ για όλα τα $b \geq 2$.

Πολυπλοκότητα Χώρου για τον DFS



Πολυπλοκότητα Χώρου

- Ο μέγιστος χώρος στη μνήμη απαιτείται όταν ο DFS φτάσει το μέγιστο βάθος m .
- Τότε το σύνορο περιέχει όλους τους κόμβους από την προηγούμενη διαφάνεια εκτός από τους πράσινους.
- Οι κόμβοι αυτοί είναι b το πλήθος στο επίπεδο m και $b - 1$ στα υπόλοιπα $m - 1$ επίπεδα μέχρι το επίπεδο 1.
- Άρα ο συνολικός αριθμός κόμβων είναι

$$b + (m - 1)(b - 1) = b + mb - m - b + 1 < mb + 1 \\ = O(mb)$$